

臨床試験特論・参考問題例

問題 1

確率変数 X が確率密度関数

$$f(x) = \begin{cases} a(x - x^2), & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{その他} \end{cases}$$

をもつとき、次の値を求めよ。

- (1) a
- (2) $\Pr\{0 \leq X \leq \frac{1}{3}\}$

問題 2

確率変数 X が次の確率分布にしたがうとき、それぞれの問いにつき、

$$Y = \frac{3 - 2X}{4}$$

の確率分布を求めよ。

- (1)

$$f(x) = \begin{cases} 2 \exp\{-2x\}, & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

- (2)

$$f(x) = a \exp\{-2x^2 - 6x\}, \quad -\infty < x < \infty$$

問題 3

確率変数 X が次の確率分布にしたがうとき、それぞれの問いにつき、 a 、期待値 $E(X)$ 、分散 $V(X)$ を求めよ。

- (1)

$$f(x) = \begin{cases} a \exp\{-\frac{x}{2}\} x^{\frac{n}{2}-1}, & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

- (2)

$$f(x) = a \exp\{-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\}, \quad (-\infty \leq x \leq \infty, \sigma > 0)$$

ここで、 n は自然数。

問題 4

$k, np = \lambda$ は固定して、 $n \rightarrow \infty$ とすれば

$$\binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \rightarrow \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$$

となることを証明せよ。

問題 5

確率変数 X, Y が 2 変量正規分布

$$f(x, y) = k \exp\{-(2x^2 - xy + y^2)\}$$

にしたがうとき、二つの確率変数 $\sqrt{2}X + Y$ 、 $\sqrt{2}X - Y$ は独立であることを示せ。

問題 6

平均 μ 、分散 σ^2 をもつ母集団からの任意の無作為標本を (X_1, X_2, \dots, X_n) とするとき、

$$E \left\{ \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \right\} = (n-1)\sigma^2$$

を証明せよ。ここで、

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}$$

である。

問題 7

ある地方の交通事故の死者の数は 1 日平均 5 人のポアソン分布によく近似できるという。この状況で

- (1) 死者が 0 となる確率を求めよ。
- (2) 死者何人以上の確率が 0.9 以上となるだろうか？

問題 8

ある病院で外来患者が待たされる時間はほぼ平均 45 分の指数分布で近似できるという。この病院で

- (1) 10 分以下の待ち時間となる確率はどれほどか？
- (2) 1 時間以上待たされる確率はどれほどか？

問題 9

X_1, X_2, \dots, X_n を確率密度関数

$$f(x | \alpha) = \begin{cases} (\alpha + 1)x^\alpha, & 0 \leq x \leq 1, \alpha > 0 \\ 0 & \text{その他} \end{cases}$$

からの独立な標本とする。このとき、

- (1) (X_1, X_2, \dots, X_n) の同時密度関数を求めよ。
- (2) (1) で求めた関数を α の関数として、 $L(\alpha)$ とおくと、この関数を最大にする α の値を求めよ。

問題 10

次の 3 次方程式

$$(x-4)(x^2+x+1) = 0$$

の実数解は明らかに 4 である。ここでは、反復収束法の一つである Newton-Raphson 法のコンピュータプログラムを作成し、適当な初期値から始めて、収束するまでの数値列を出力せよ。